Un tuyau vertical alimenté par le banc hydraulique est terminé par une tuyère (ou buse) qui produit un jet d'eau de débit variable. Ce jet se réfléchit sur un obstacle (hémisphère ou plaque plane) et repart avec un angle □ par rapport à la direction du jet incident. L'obstacle est soutenu par un bras de levier qu'on peut équilibrer en déplaçant un poids. La tuyère et l'obstacle sont enfermés dans un cylindre transparent, dont la base possède un trou pour l'évacuation de l'eau vers la bascule (figure 1).

L'étudiant a à sa disposition deux obstacles différents. Pour les changer, il suffit d'ôter la vis située au-dessus du bras de levier et de soulever l'obstacle. Plus simplement on peut utiliser le deuxième banc expérimental s'il est disponible.

Plaque plane : Dans ce cas le jet repart en faisant un angle □ = 90° avec le jet incident, et à l'altitude z = 31,3 mm par rapport à la sortie de la buse.

Hémisphère : Le jet repart en faisant un angle □ = 180° avec le jet incident, et exactement à l'altitude de la sortie de la buse (z = 0).

B - MODE OPÉRATOIRE

Réglage du bras de levier permettant la mesure de la force F_{exp}.

En l'absence de jet, placer la masse au zéro de la règle et s'assurer par la vis de réglage de l'horizontalité du levier. Pour cela on dispose d'un cylindre solidaire du bras de levier et possédant deux encoches. Ce cylindre traverse le couvercle du cylindre en Plexiglas et l'horizontalité est réalisée lorsque les deux encoches se situent de part et d'autre du cylindre.

Pour connaître F_{exp} lorsqu'un jet frappe l'obstacle, il suffit de déplacer la masse jusqu'à ce qu'on ait à nouveau l'horizontalité. La force F_{exp} est alors donnée par l'égalité des moments (figure 2) :

$$xF_{exp} = mgy \qquad (1)$$

x est constant et vaut 15,25 cm.

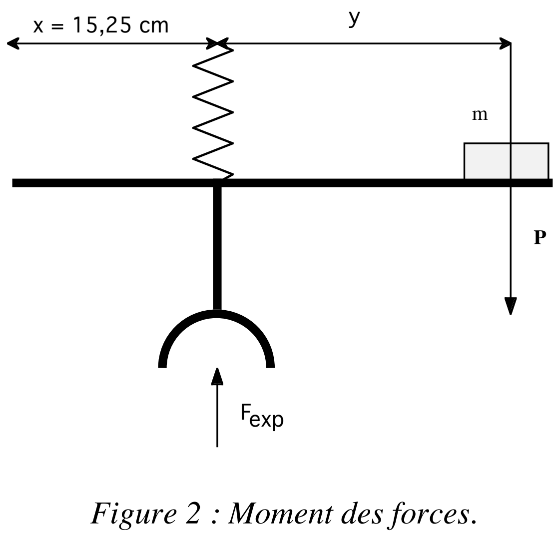

Figure 2 : Moment des forces.

III - CALCULS ET RÉSULTATS

• Pour une dizaine de valeurs du débit Q et pour les deux obstacles différents, vous mesurerez la force F_{exp}.

• Vous calculerez pour chaque débit les vitesses V_0 de l'eau à la sortie de la buse et la vitesse V_1 à l'altitude z de sortie de l'obstacle. En déduire le nombre de Reynolds correspondant $Re = \frac{V_1 D}{\nu}$ (on donne la viscosité cinématique de l'eau à 20°C, $\nu = 10^{-6}$ m²/s, le diamètre de la buse D = 10 mm).

• A partir du modèle théorique (§ IV) vous calculerez la force théorique F_{th} et donc le rapport $C = F_{exp}/F_{th}$.

• Tracer pour chacun des obstacles sur un même graphique les points expérimentaux F_{exp} et la courbe théorique F_{th} en fonction du produit QV_1. Tracer ensuite le rapport C en fonction du nombre de Reynolds. Commenter vos résultats.

• Les courbes expérimentales passent-elles effectivement par l'origine? Sinon, quelle est l'erreur correspondante ?

• En supposant que m = 610 ± 5 g, x = 15,25 ± 0,03 cm et D = 10 ± 0,01 mm, les différences existant entre les points expérimentaux F_{exp} et la courbe théorique F_{th} appartiennent-elles au domaine d'incertitude ?

ANNEXE THÉORIQUE

Figure 3

A - FLUIDE PARFAIT

1. Calcul de la vitesse V_0 en sortie de la buse

Les appareils de mesure permettent de mesurer le débit massique et d'en déduire la vitesse v_0 à la sortie de la tuyère T.

Si D est le diamètre de la tuyère et Q le débit, la vitesse v_0 supposée constante à la sortie de la tuyère est :

$$Q = \rho v_o \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \Rightarrow v_o = \frac{4Q}{\rho \pi D^2} \qquad (2)$$

Le diamètre de la tuyère est D = 10 mm.

2. Calcul de la vitesse v_1 au point d'impact du jet.

Pour connaître la vitesse v_1 au point d'impact appliquons le théorème de Bernoulli à une ligne de courant passant par les points 0 et 1 (figure 3) :

$$P_1 + \rho g h_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} = P_o + \rho g h_o + \rho \frac{v_o^2}{2} . \qquad (3)$$

Ici

$$P_1 = P_o = P_{atm.}$$

donc :

$$v_1^2 = v_o^2 + 2 g (h_o - h_1). \qquad (4)$$

Posons $z = (h_1 - h_0)$. On a alors

$$v_1^2 = v_o^2 - 2g z \qquad (5)$$

La distance z entre la sortie de la tuyère et l'extrémité avale de l'obstacle est égale à 0 pour l'hémisphère et 31,3 mm pour la plaque plane.

3. Théorème d'Euler ou théorème des quantités de mouvement.

Hypothèses :

- Filet de courant assez étroit pour que les quantités P, ρ et V restent constantes dans une section droite.
- Mouvement permanent (indépendant du temps).
- fluide incompressible.

Théorème :

Soient v_1 et v_2 les vitesses supposées constantes des sections AB et CD (figure 3). Le torseur des quantités de mouvement qui sortent du volume ABCD est égal au torseur des forces extérieures appliquées au même volume.

En égalant la résultante de ces torseurs, on obtient la relation suivante :

$$Q\left(\vec{v}_2 - \vec{v}_1\right) = \sum \vec{F} \qquad (6)$$

où Q est le débit.

4. Application au cas d'un jet frappant un obstacle.

Soit un jet d'eau frappant un obstacle, si on néglige les frottements et les pertes de charges, la seule force extérieure est la force qu'exerce l'obstacle $\vec{F}$.

Appliquons le théorème d'Euler au volume ABCD :

$$Q\left(\vec{v}_2 - \vec{v}_1\right) = \vec{F} \qquad (7)$$

et projetons l'équation suivant l'axe Ox colinéaire au jet incident:

$$Q\left(v_2 \cos\beta - v_1\right) = F \qquad (8)$$

où β est l'angle entre la direction du jet sortant et l'axe Ox.

Si les sections AB et CD sont dans le même plan horizontal (pas d'effet de la gravité) et si l'on néglige les frottements, $v_1 = v_2$, et la relation (8) s'écrit :

$$F = Q\, v_1 \left(\cos\beta - 1\right) \qquad (9)$$

La force exercée sur l'obstacle, $F_{théo}$, est égale et opposée à F:

$$F_{th} = Q\, v_1 \left(1 - \cos\beta\right) \qquad (10)$$

B - FLUIDE RÉEL.

En fait le fluide n'est pas parfait et il se produit dans l'écoulement une perte d'énergie due aux frottements. Par suite v_2 n'est pas égal à v_1 et F_{exp} est légèrement inférieur à $F_{th} = Q\, v_1\,(1 - \cos \square)$.

On tient compte des frottements en introduisant de manière empirique dans l'équation (10) un coefficient C appelé souvent coefficient de rendement et défini comme suit :

$$C = \frac{F_{\mathrm{exp}}}{F_{\mathrm{th}}} \quad soit\ F_{\mathrm{exp}} = \mathrm{C\ Q\ v}_1 (1 - \cos \square). \tag{11}$$